



UNIVERSIDAD SIMÓN BOLÍVAR
MATEMÁTICAS V (MA-2112)

Guía de ejercicios de la Prof. Libuska Juriceck. (Parte 2)

Ejercicios del segundo parcial.

1. Calcular las siguientes integrales.

a.

$$\int_0^4 \left(\int_{\frac{y}{2}}^2 e^{x^2} dx \right) dy$$

b.

$$\iint_D f(x, y) dx dy$$

con $f(x, y) = \begin{cases} x - 1 & , \text{ si } x \leq \cos y \\ \sin y & , \text{ si } x > \cos y \end{cases}$ y $D = \{(x, y) \mid 0 \leq x \leq 1, -\frac{\pi}{2} \leq y \leq 2\}$.

c.

$$\int_0^1 \left(\int_{\sqrt{\frac{x}{2}}}^{\sqrt{x}} \frac{\sin y}{y} dy \right) dx + \int_1^2 \left(\int_{\sqrt{\frac{x}{2}}}^1 \frac{\sin y}{y} dy \right) dx$$

d.

$$\int_0^4 \left(\int_{-1+\sqrt{x}}^1 \cos\left(\frac{\pi}{16}(y+1)^3\right) dy \right) dx$$

2. Invertir el orden de integración

a.

$$\int_0^1 \left(\int_{\arcsin y}^{\frac{\pi}{2} - \sqrt{1-y^2}} f(x, y) dx \right) dy$$

b.

$$\int_0^{\frac{R}{\sqrt{2}}} \left(\int_0^x f(x, y) dy \right) dx + \int_{\frac{R}{\sqrt{2}}}^R \left(\int_0^{\sqrt{R^2-x^2}} f(x, y) dy \right) dx$$

c.

$$\int_{-1}^1 \left(\int_{\frac{|x|}{2}}^{\sqrt{|x|}} f(x, y) dy \right) dx$$

3. Sea $D = \{(x, y) | x + y \leq 4, \quad x \geq 0, \quad y \geq 0\}$, usar el cambio de variables $u = 4y, v = x + y$ para calcular $\iint_D \sin(x + y)^2 dx dy$.

4. Sea $D = \{(x, y) | -\pi \leq x - y \leq -\frac{\pi}{2}, \quad x \leq 0, \quad y \geq 0\}$, usar el cambio de variables $u = x - y, y = uv$ para calcular $\iint_D \frac{\sin(x - y)}{x - y} dx dy$.

5. Sea $D = \{(x, y) | 1 \leq x + y \leq 2, \quad x \leq y \leq 2x\}$. Si $x = u(1 - v), y = uv$ entonces $(x, y) = T(u, v)$

a. ¿ Es T un cambio de variables para calcular $I = \iint_D e^{\frac{y}{x+y}} dx dy$?

b. Calcular I .

6. Calcular $\iint_D (2x + y)^{-3} e^{\frac{x-2y}{2x+y}} dx dy$ donde D es la región acotada delimitada por $2x + y = 1, 2x + y = 4, x - 2y = -1, x - 2y = 1$.

7. Sea $C = \{(x, y) | 4x^2 + y^2 = 4\}$, \uparrow sentido antihorario. Calcular

$$\int_{C^\uparrow} \frac{-y}{x^2 + y^2} dx + \frac{x}{x^2 + y^2} dy$$

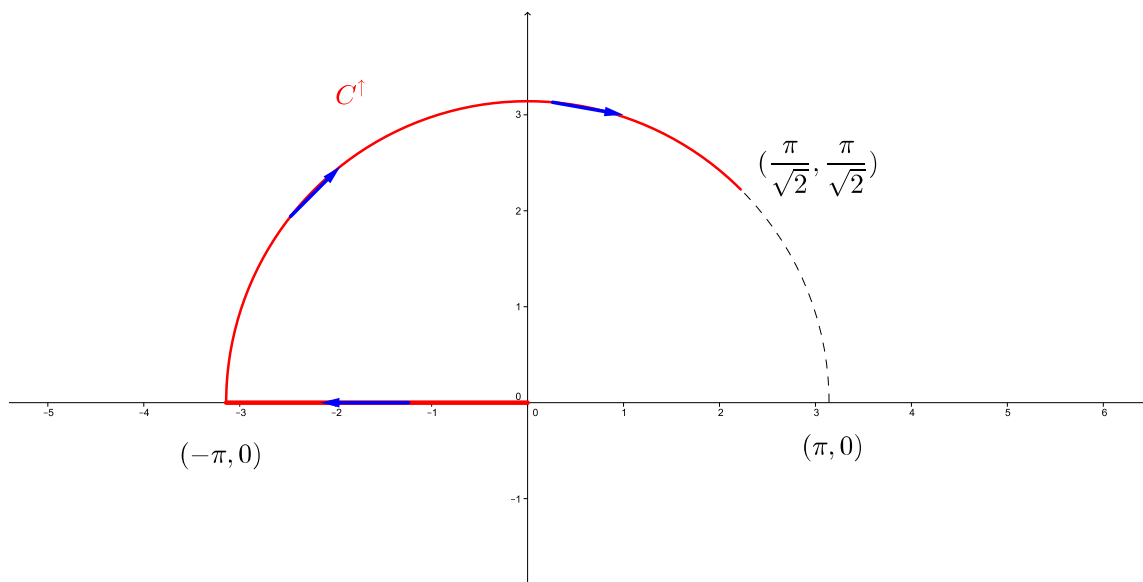
8. Sea $\sigma : [0, \pi] \rightarrow \mathbb{R}^2, \sigma(t) = \begin{pmatrix} \cos t \\ \sin t \end{pmatrix}$. Calcular

$$\int_{\sigma} (2y + 2xy + 1) dx + (4x + x^2 + e^{y \cos(\ln(2+y))}) dy$$

9. Calcular

$$\int_{C^\uparrow} (xy + \cos(x\sqrt{2})) dx + \left(\frac{x^2}{2} + \sin(y\sqrt{2})\right) dy$$

con C la trayectoria mostrada



10. C^\uparrow es la frontera del cuadrado $x = \pm 1$, $y = \pm 1$, orientada en sentido horario. Calcular

$$\int_{C^\uparrow} xe^{-y^2} dx + \left(\frac{1}{x^2 + y^2} - x^2 ye^{-y}\right) dy$$

11. Sea $F(x, y) = \begin{pmatrix} -y \\ x \end{pmatrix}$, $R_1 = \{(x, y) | x^2 + y^2 \leq 16\}$, $R_2 = \{(x, y) | (x - 2)^2 + y^2 < 1\}$, $R_3 = \{(x, y) | (x + 2)^2 + y^2 < 1\}$, $R = \{(x, y) | (x, y) \in R_1, (x, y) \notin R_2 \cup R_3\}$. C^\uparrow es la frontera de R con sentido antihorario. Calcular $\int_{C^\uparrow} \langle F, ds \rangle$.

12. Calcular el volumen de

a. $\Omega = \{(x, y, z) | y \geq z^2 + x^2, \quad y \leq x\}$

b. $\Omega = \{(x, y, z) | z \leq \sqrt{x^2 + y^2}, \quad x^2 + (y - 1)^2 \leq 1, \quad z \geq 0\}$

13. Calcular $\iiint_{\Omega} z dx dy dz$, con $\Omega = \{(x, y, z) | x^2 + y^2 + z^2 \leq 4, \quad z \geq \sqrt{x^2 + y^2}\}$

14. Calcular $\iiint_{\Omega} (x^2 + y^2 + z^2) dx dy dz$, con $\Omega = \{(x, y, z) | x^2 + y^2 + z^2 \leq z\}$

RESPUESTAS.

1.a. $e^4 - 1$ 1.b. $\frac{\pi}{4} - \cos 2 - 2$ 1.c. $\sin 1 - \cos 1$ 1.d. $\frac{16}{3\pi}$

$$2.a. \int_0^{\frac{\pi}{2}-1} \left(\int_0^{\sin x} f(x, y) dy \right) dx + \int_{\frac{\pi}{2}-1}^{\frac{\pi}{2}} \left(\int_{\sqrt{1-(x-\frac{\pi}{2})^2}}^{\sin x} f(x, y) dy \right) dy$$

$$2.b. \int_0^{\frac{R}{\sqrt{2}}} \left(\int_y^{\sqrt{R^2-y^2}} f(x, y) dx \right) dy$$

$$2.c. \int_0^{\frac{1}{2}} \left(\int_{-2y}^{-y^2} f(x, y) dx + \int_{y^2}^{2y} f(x, y) dx \right) dy + \int_{\frac{1}{2}}^1 \left(\int_{-1}^{-y^2} f(x, y) dx + \int_{y^2}^1 f(x, y) dx \right) dy$$

$$3. \frac{1}{2}(1 - \cos 16) \quad 4. 1 \quad 5. \frac{3}{2}(e^{\frac{2}{3}} - e^{\frac{1}{2}}) \quad 6. \frac{1}{5}(e^1 + e^{-1} - e^{\frac{1}{4}} - e^{-\frac{1}{4}}) \quad 7. 2\pi$$

$$8. \pi - 2 \quad 9. \frac{1}{2} \frac{\pi}{\sqrt{2}} + \frac{2}{\sqrt{2}} \quad 10. \text{Cero} \quad 11. 36\pi$$

$$12.a. \frac{\pi}{32} \quad 12.b. \frac{32}{9} \quad 13. \frac{2\pi}{3} \quad 14. \frac{\pi}{15}$$

Nota: Este material fue digitalizado por Miguel Labrador para GUIAS USB. La autoría del contenido es de la Prof. Libuska Juriceck.

Miguel Labrador
12-10423
Ingeniería Electrónica
Twitter: @MiguelAngel2801



gecousb.com.ve
Twitter: @gecousb
Instagram: gecousb

Se agradece notificar cualquier error de tipeo o en las respuestas y qué debería decir a la dirección miguelangel2801@gmail.com